

令和2年度

II ■■■

□ II 数学

(10時10分～11時00分)

注意

- 問題用紙は3枚（3ページ）あります。
- 解答用紙はこの用紙の裏面です。
- 答えはすべて、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 解答用紙の□の欄には記入してはいけません。

注意

- 1 答えに $\sqrt{\quad}$ が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$ をつけたままで答えなさい。
ただし、 $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ小さい自然数にしなさい。
- 2 円周率は π を用いなさい。

1 次の(1), (2)の問い合わせに答えなさい。

(1) 次の計算をしなさい。

① $-1 - 5$

② $(-12) \div \frac{4}{3}$

③ $3(2x - y) - (x - 5y)$

④ $\sqrt{20} + \sqrt{5}$

(2) y は x に比例し、 $x = 3$ のとき $y = -15$ である。このとき、 y を x の式で表しなさい。

2 次の(1)～(5)の問い合わせに答えなさい。

(1) 次のア～エのうち、「等式の両辺から同じ数や式をひいても、等式は成り立つ。」という等式の性質だけを使って、方程式を変形しているものを1つ選び、記号で答えなさい。

ア

$$1 - 2(x + 3) = 5$$

$$-2x - 5 = 5$$

イ

$$3x + 4 = 10$$

$$3x = 6$$

ウ

$$(x - 2)^2 = 36$$

$$x - 2 = \pm 6$$

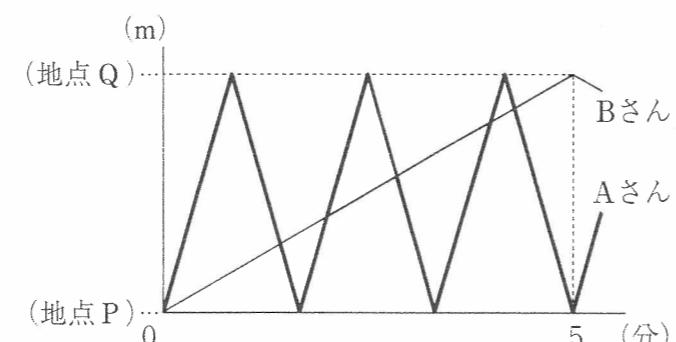
エ

$$2x = 4$$

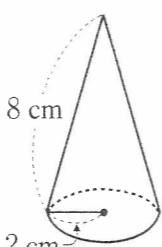
$$x = 2$$

(2) ある工場で今月作られた製品の個数は a 個で、先月作られた製品の個数より 25 % 増えた。このとき、先月作られた製品の個数を a を使った式で表しなさい。

(3) まっすぐな道路上の2地点 P, Q 間を、Aさんと Bさんは同時に地点 P を出発し、休まずに一定の速さでくり返し往復する。右のグラフは、Aさんと Bさんが地点 P を出発してからの時間と地点 P からの距離の関係を、それぞれ表したものである。2人が出発してから 5 分後までの間に、Aさんが Bさんを追いこした回数は何回か、答えなさい。ただし、出発時は数えないものとする。



(4) 右の図のような、底面の半径が 2 cm, 母線が 8 cm の円錐の側面積を求めなさい。



(5) 右の図のような、線分 AB がある。

線分 AB を斜辺とする直角二等辺三角形 PAB の辺 PA, PB を定規とコンパスを用いて1つずつ作図しなさい。また、点 P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし、作図に用いた線は消さないでおきなさい。

A ————— B

3 次の(1), (2)の問い合わせに答えなさい。

(1) 右の図のように、Aの箱の中には0, 1, 2, 3, 4, 5の数字が1つずつ書かれた6枚のカードが、Bの箱の中には1, 2, 3, 4, 5, 6の数字が1つずつ書かれた6枚のカードが入っている。

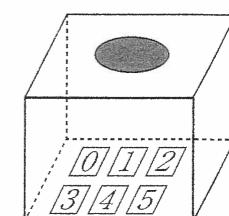
Aの箱の中からカードを1枚取り出し、そのカードに書かれた数を a とし、Bの箱の中からカードを1枚取り出し、そのカードに書かれた数を b とする。

ただし、どのカードを取り出すことも同様に確からしいものとする。

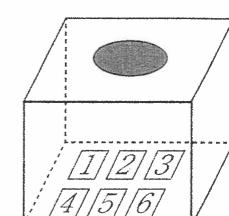
① 積 ab が 0 となる場合は何通りあるか求めなさい。

② \sqrt{ab} の値が整数とならない確率を求めなさい。

Aの箱



Bの箱



(2) 袋の中に同じ大きさの赤球だけがたくさん入っている。標本調査を利用して袋の中の赤球の個数を調べるために、赤球だけが入っている袋の中に、赤球と同じ大きさの白球を 400 個入れ、次の<実験>を行った。

<実験>

袋の中をよくかき混ぜた後、その中から 60 個の球を無作為に抽出し、赤球と白球の個数を数えて袋の中にもどす。

この<実験>を 5 回行い、はじめに袋の中に入っていた赤球の個数を、<実験>を 5 回行った結果の赤球と白球それぞれの個数の平均値をもとに推測することにした。

以下の表は、この<実験>を 5 回行った結果をまとめたものである。

表

| | 1回目 | 2回目 | 3回目 | 4回目 | 5回目 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 赤球の個数 | 38 | 43 | 42 | 37 | 40 |
| 白球の個数 | 22 | 17 | 18 | 23 | 20 |

① <実験>を 5 回行った結果の白球の個数の平均値を求めなさい。

② はじめに袋の中に入っていた赤球の個数を推測すると、どのようなことがいえるか。

次のア、イのうち、適切なものを1つ選び、解答用紙の()の中に記号で答えなさい。

また、選んだ理由を、根拠となる数値を示して説明しなさい。

ア 袋の中の赤球の個数は 640 個以上であると考えられる。

イ 袋の中の赤球の個数は 640 個未満であると考えられる。

- 4 ゆうとさんは、家族へのプレゼントを購入するため、100円硬貨、50円硬貨、10円硬貨で毎週1回同じ額を貯金することにした。12回目の貯金をしたときにこの貯金でたまたま硬貨の枚数を調べたところ、全部で80枚あり、その中に100円硬貨が8枚含まれていた。また、10円硬貨の枚数は50円硬貨の枚数の2倍より6枚多かった。

このとき、次の(1)、(2)の問い合わせに答えなさい。

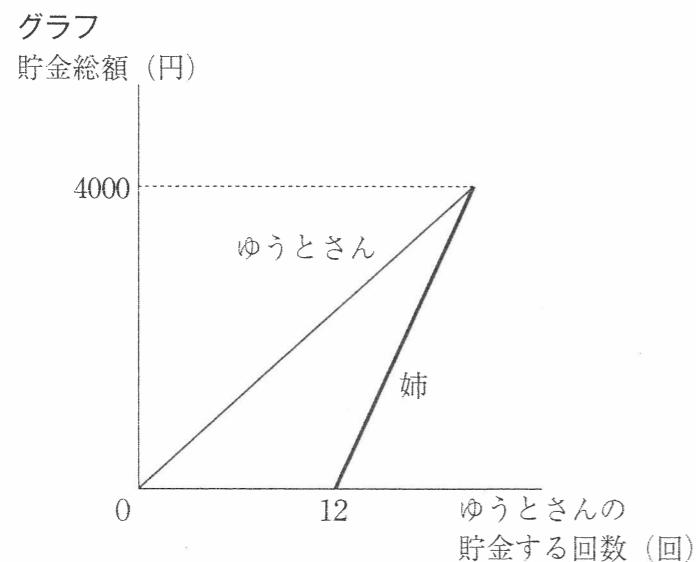
- (1) 12回目の貯金をしたときまでにこの貯金でたまたま50円硬貨と10円硬貨の枚数は、それぞれ何枚か、求めなさい。

求める過程も書きなさい。

- (2) 12回目の貯金をしたときにゆうとさんがプレゼントの値段を調べると8000円だった。ゆうとさんは、姉に相談し、2人で半額ずつ出しあい、姉にも次回から毎週1回ゆうとさんと同じ日に貯金してもらうことになった。ゆうとさんがこれまでの貯金を続け、それぞれの貯金総額が同じ日に4000円となるように、姉も毎回同じ額を貯金することにした。

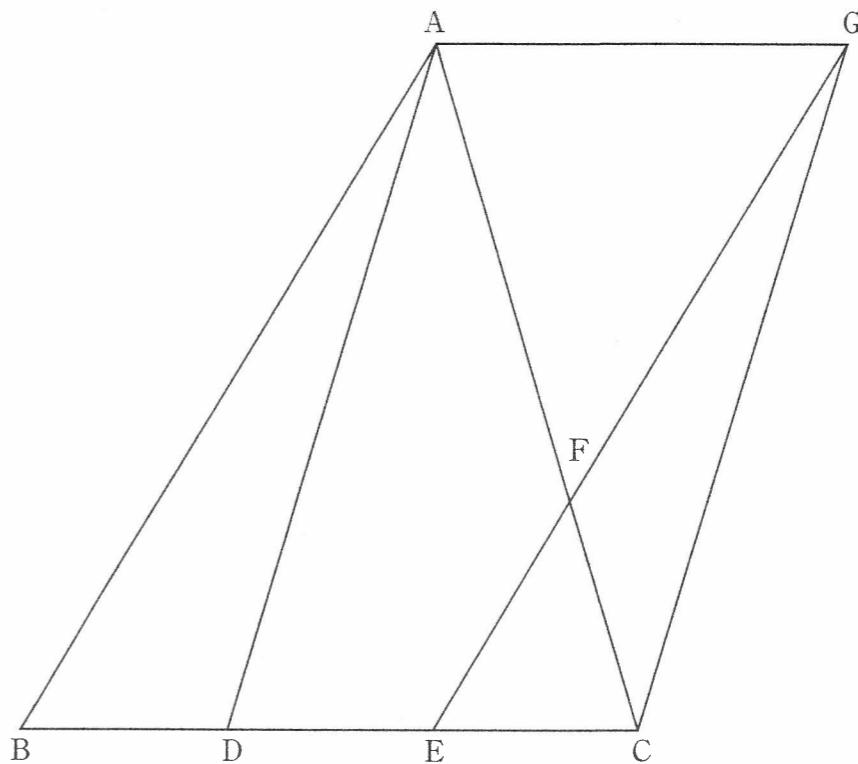
以下のグラフは、ゆうとさんが姉と相談したときに作成したもので、ゆうとさんの貯金する回数と貯金総額の関係を表したものに、姉の貯金総額の変化のようすを書き入れたものである。

このとき、姉が1回につき貯金する額はいくらか、求めなさい。



- 5 下の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 BC 上に、 $BD = DE = EC$ となる 2 点 D, E をとる。E を通り辺 AB に平行な直線と辺 AC の交点を F とする。また、直線 EF 上に、 $EG = 3EF$ となる点 G を直線 AC に対して E と反対側にとる。

このとき、四角形 ADCG は平行四辺形であることを証明しなさい。



- 6 下の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフと直線 ℓ があり、2点 A, B で交わっている。

ℓ の式は $y = 2x + 3$ であり、A, B の x 座標はそれぞれ $-1, 3$ である。

このとき、次の(1), (2)の問い合わせに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

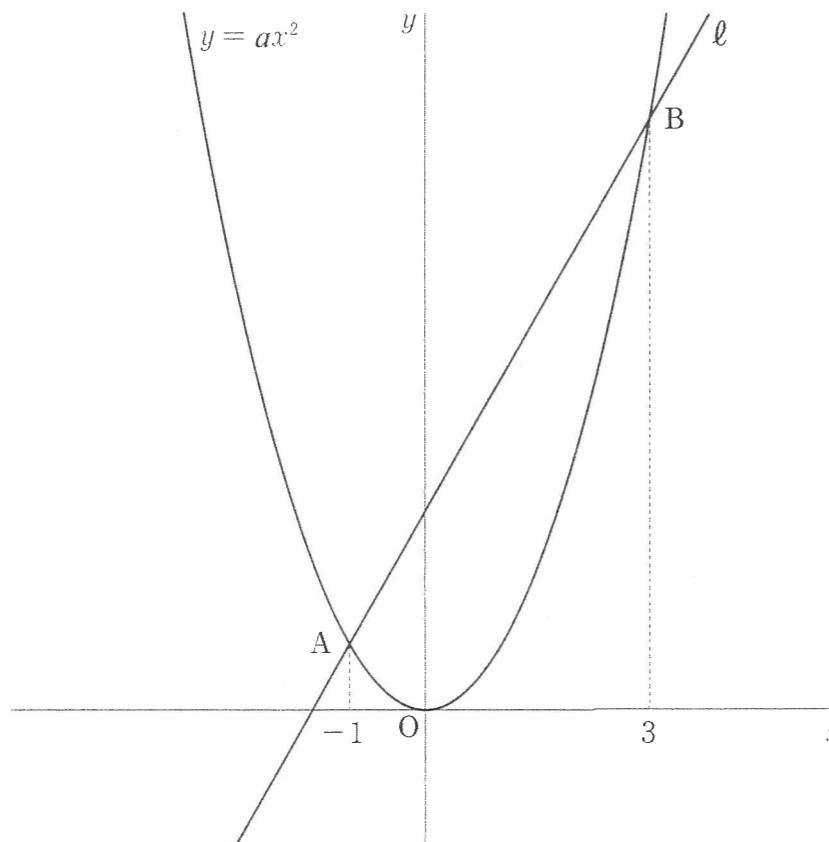
(2) 直線 ℓ 上に点 P をとり、P の x 座標を t とする。ただし、 $0 < t < 3$ とする。

また、P を通り y 軸に平行な直線を m とし、 m と関数 $y = ax^2$ のグラフ、 x 軸との交点をそれぞれ Q, R とする。

さらに、P を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を S, Q を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を T とする。

① $t = 1$ のとき、長方形 STQP の周の長さを求めなさい。

② 長方形 STQP の周の長さが、線分 QR を1辺とする正方形の周の長さと等しいとき、 t の値を求めなさい。



- 7 下の図のような、底面が1辺 $4\sqrt{2}$ cm の正方形で、高さが 6 cm の直方体がある。

辺 AB, AD の中点をそれぞれ P, Q とする。

このとき、次の(1)～(3)の問い合わせに答えなさい。

(1) 線分 PQ の長さを求めなさい。

(2) 四角形 PFHQ の面積を求めなさい。

(3) 線分 FH と線分 EG の交点を R とする。また、線分 CR の中点を S とする。

このとき、S を頂点とし、四角形 PFHQ を底面とする四角錐の体積を求めなさい。

